



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA
CAMPUS UNIVERSITÁRIO REITOR JOÃO DAVID FERREIRA LIMA - TRINDADE
CEP: 88040-900 - FLORIANÓPOLIS - SC
TELEFONE (048) 3721-2308
E-mail: ppgfsc@contato.ufsc.br

Processo Seletivo PPGFSC/UFSC – segundo semestre de 2014

Nome do Candidato: _____

Instruções: A prova consta de 20 (vinte) questões, sendo que o candidato deve escolher entre as opções **ou A ou B** de mesma numeração, totalizando 10 (dez) questões a serem respondidas. Os respectivos cálculos devem ser apresentados exclusivamente nos espaços destinados a cada questão escolhida ou em folhas extras, de maneira objetiva, **sem rasuras**.

ATENÇÃO:

- Não serão aceitas respostas sem uma justificativa coerente das alternativas assinaladas;
- Assinalar a assertiva correta da questão não garante atribuição da pontuação máxima;
- Em caso do candidato responder as opções A e B de uma mesma numeração, será considerada apenas a opção A.

1A) Responda se as afirmações abaixo são verdadeiras (V) ou falsas (F). Escreva uma justificativa para cada item. Itens sem justificativa serão desconsiderados.

() É possível resfriar uma molécula diatômica que oscila como um oscilador harmônico simples de modo que esta não oscile mais.

() O modelo atômico de Niels Bohr explicava bem o espectro de emissão dos átomos hidrogenóides, mas não explicava fisicamente a estabilidade atômica.

() O efeito fotoelétrico acontece apenas quando o fóton incidente possui energia suficiente para arrancar o elétron do metal, o que caracteriza a frequência de corte f_c de cada material.

() No efeito Compton a radiação espalhada possui frequência maior ou igual a frequência da radiação incidente.

() A teoria de Rayleigh-Jeans não era capaz de explicar o espectro de radiação de corpo negro porque atribuía a cada modo de vibração do campo eletromagnético a quantidade de energia kT , onde k é constante de Boltzmann e T a temperatura absoluta.

1B) Responda se as afirmações abaixo são verdadeiras (V) ou falsas (F). Escreva uma justificativa para cada item. Itens sem justificativa serão desconsiderados.

() No processo de aniquilação de um par elétron-pósitron são gerados dois fótons com energia mínima de 1 MeV cada um.

() Na teoria de Schrödinger, apesar do elétron no átomo de hidrogênio estar constantemente acelerado pelo potencial atrativo do núcleo, não há emissão de radiação quando o elétron está em determinados estados eletrônicos, chamados de estados estacionários.

() De acordo com a dualidade onda-partícula de Louis de Broglie, um feixe composto por elétrons que carregam momento linear de $10^{-20} \text{ Kg. m. s}^{-1}$ pode ser visto a olho nu.

() De acordo com o princípio da correspondência formulado por Niels Bohr, o caráter dual de uma partícula não poder ser testado simultaneamente na mesma medida.

() O modelo atômico de Rutherford explica o espalhamento de partículas alfa por um átomo, mas não explica a estabilidade atômica.

2A) As soluções da equação de Schrödinger independente do tempo para um poço de potencial quadrado infinito unidimensional que se estende de 0 até a são dadas por

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi x}{a}\right),$$

onde n é um número inteiro. Dado que o sistema se encontra no estado fundamental, a probabilidade de encontrar a partícula no intervalo entre 0 e $a/2$ é

- a) 0
- b) 1
- c) $1/2$
- d) $1/\sqrt{2}$
- e) Nenhuma das alternativas anteriores.

Justifique a sua resposta.

2B) As autofunções espaciais de um oscilador harmônico quântico simples unidimensional são dadas por

$$\psi_n(x) = \frac{1}{\sqrt{2^n n!}} \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{1/4} H_n\left(\frac{m\omega x}{\hbar}\right) \exp\left[-\frac{m\omega x^2}{2\hbar}\right], \quad n = 0, 1, 2, 3 \dots,$$

onde m e ω são a massa e a frequência do oscilador, respectivamente, e $H_n(u)$ é um polinômio de Hermite de ordem n . Sabendo que o oscilador encontra-se no estado $\psi_9(x)$, a incerteza ΔH na energia do oscilador é

- a) $\hbar\omega/9$
- b) $9\hbar\omega$
- c) $81\hbar\omega$
- d) 0
- e) Nenhuma das alternativas anteriores.

Justifique a sua resposta.

3A) Considere a solução estacionária da equação de Schrödinger para o átomo de hidrogênio $\Psi_{322}(r, \theta, \varphi)$. O ângulo que a direção média do vetor momento angular faz com o eixo z é

a) $\arccos\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

b) $\arccos\left(\frac{2}{\sqrt{6}}\right)$

c) $\arccos\left(\frac{1}{3}\right)$

d) $\arccos\left(\frac{1}{2}\right)$

e) Nenhuma das alternativas anteriores.

Justifique a sua resposta.

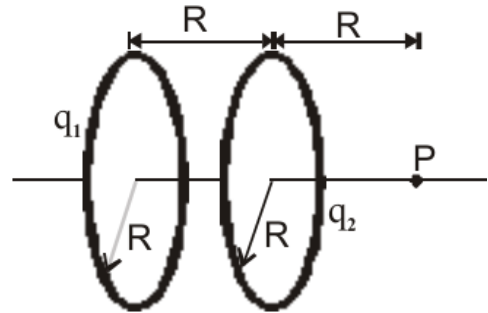
3B) Considere um elétron em repouso em um campo magnético constante de intensidade B_0 apontando no sentido positivo do eixo z. O hamiltoniano que descreve este sistema é $H = \frac{\hbar\omega}{2}\sigma_z$, onde $\omega = \gamma B_0$ e γ é a razão giromagnética do elétron. Dado que o estado do sistema em um dado instante de tempo é $|\psi\rangle = (|0\rangle + |1\rangle)/\sqrt{2}$, com as suas componentes definidas por $\sigma_z|0\rangle = |0\rangle$ e $\sigma_z|1\rangle = -|1\rangle$, tal que $\langle i|j\rangle = \delta_{i,j}$ e $i, j = 0, 1$, a probabilidade de encontrar como resultado da medida da energia do sistema o valor $-\frac{\hbar\omega}{2}$ é

- a) 1
- b) 1/2
- c) 1/4
- d) 1/3
- e) Nenhuma das alternativas anteriores.

Justifique a sua resposta.

4A) Dois anéis circulares de raio R contêm, respectivamente, carga $q_1 = +q$ e carga q_2 , a ser determinada. Os anéis são paralelos entre si, têm o mesmo eixo e estão separados por uma distância R . O campo elétrico no ponto P , que está a uma distância $2R$ do primeiro anel é nulo. Determine o valor da carga q_2 .

- a) $q_2 = +\frac{q}{2}$
- b) $q_2 = +2\left(\frac{2}{5}\right)^{3/2} q$
- c) $q_2 = -\frac{q}{2}$
- d) $q_2 = -2\left(\frac{2}{5}\right)^{3/2} q$
- e) Nenhuma das alternativas anteriores.



4B) Um fio muito longo está carregado com densidade linear de carga $+\lambda$. Ele é posicionado paralelamente a uma distância d de um plano infinito (plano $z=0$) carregado com densidade superficial de carga $+\sigma$. Sabe-se que o campo elétrico é nulo em certo ponto e que a distância deste ponto ao fio é menor que d . A que distância do fio este ponto se encontra?

a) $\sqrt{\frac{\lambda}{2\pi\sigma}}$

b) $\frac{\lambda}{\pi\sigma}$

c) $\frac{\lambda}{2\pi\sigma}$

d) $\sqrt{\frac{\lambda}{\pi\sigma}}$

e) Nenhuma das alternativas anteriores.

5A) Considere um circuito oscilante LC ideal, onde $q(t) = q_m \cos(\omega t + \varphi)$. Qual o valor do menor instante em que a energia armazenada no campo elétrico do capacitor é igual a um terço da energia armazenada no campo magnético do indutor. Sabe-se que o capacitor está inicialmente carregado com 90% da carga máxima e que o sistema oscila com frequência igual a 60 Hz?

- a) $\sim 1,6$ ms
- b) $\sim 2,8$ ms
- c) $\sim 0,8$ ms
- d) $\sim 4,8$ ms
- e) Nenhuma das alternativas anteriores.

5B) Considere um circuito RLC em série, ligado a uma fonte eletromotriz alternada com $\varepsilon(t) = 120 \sin(377t)$ Volt. A corrente no circuito é descrita por $i(t) = 10 \sin(377t - \varphi)$ Amp e está atrasada de 60° em relação à tensão. Determine a resistência R e a capacitância C, supondo que $L = 0.03$ H.

- a) $R = 6 \Omega$, $C \sim 2,4$ mF
- b) $R = 12 \Omega$, $C \sim 0,3$ mF
- c) $R = 12 \Omega$, $C \sim 25$ mF
- d) $R = 6 \Omega$, $C \sim 2,9$ mF
- e) Nenhuma das alternativas anteriores.

6A) Uma fibra óptica consiste num núcleo de vidro de índice de refração n_1 circundado por uma película de índice de refração n_2 , com $n_2 < n_1$. Suponha um feixe de luz entrando na fibra, proveniente do ar, fazendo um ângulo θ com o eixo da fibra, como mostrado na figura abaixo. Para $n_1 = 1,5$ e $n_2 = 1,46$, qual deve ser o maior valor de θ de modo que o feixe possa se propagar na fibra?

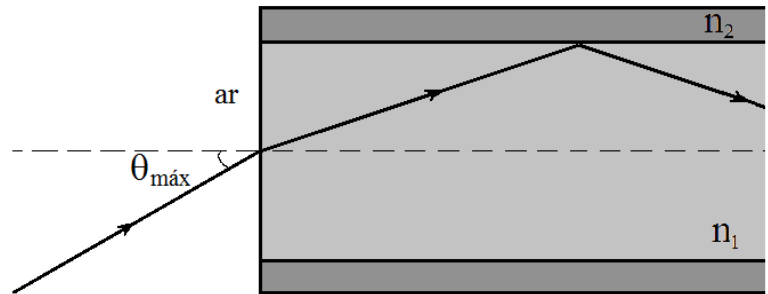
a) $\sim 19,6^\circ$

b) $\sim 30,3^\circ$

c) $\sim 20,1^\circ$

d) $\sim 18,7^\circ$

e) Nenhuma das alternativas anteriores



6B) Considere um feixe de luz composto por uma mistura de luz polarizada e luz não-polarizada. Tal feixe passa por um filtro polarizador, mantido perpendicularmente à direção do feixe, que é girado de 360° . Durante o processo a intensidade do feixe transmitido varia por um fator 5. Qual fração da intensidade do feixe incidente está associada com a luz polarizada?

- a) $1/2$
- b) $1/3$
- c) $2/3$
- d) $2/5$
- e) Nenhuma das alternativas anteriores

7A) Uma partícula está sujeita à força

$$\vec{F} = -k(r - a \cos \theta)\hat{r} - ka \sin \theta \hat{\theta}$$

Sendo \hat{r} e $\hat{\theta}$ versores em coordenadas esféricas. k e a são constantes, responda:

- a) Momento angular é conservado e a energia mecânica é conservada.
- b) Momento angular não é conservado mas energia mecânica é conservada
- c) Momento angular é conservado mas a energia mecânica não é conservada
- d) A força não é radial, portanto o sistema não pode ser conservativo
- e) Nenhuma das alternativas anteriores.

7B) Uma partícula de massa m encontra-se sob ação da força $\vec{F} = k \left(\frac{\vec{r}}{r^3} \right)$. Calcular a energia da partícula em função do módulo do momento angular $|\vec{L}|$ e do módulo de um vetor constante $|\vec{A}|$ definido como

$$\vec{A} = \vec{p} \times \vec{L} + mk \frac{\vec{r}}{r}$$

onde \vec{p} é o momento linear da partícula.

a) $E = \frac{A^2}{2mL^2} + m^2k^2$

b) $E = \frac{1}{mL^2}(A^2 + 4m^2k^2)$

c) $E = \frac{1}{2mL^2}(A^2 - m^2k^2)$

d) $E = \frac{1}{4mL^2}[|\vec{p}|(\vec{A} \cdot \vec{L}) - m^2k^2]$

e) Nenhuma das alternativas anteriores

8A) Uma conta de massa m desliza sem atrito em um aro circular de raio a . O aro encontra-se num plano vertical que pode girar em torno do diâmetro vertical em velocidade angular constante $\omega = \text{const}$ e está sob ação da força gravitacional $g = \text{const}$. A conta está ligada com o ponto mais baixo do aro por uma mola de constante elástica k . A ligação é tal que a força elástica desaparece quando a conta passar por este ponto mais baixo. Se ω_c é a velocidade angular crítica para qual o ponto mais baixo do aro torna-se instável; responda:

a) a energia mecânica do sistema não é conservada, porém a Hamiltoniana é uma constante do

movimento. A velocidade angular crítica é $\omega_c = \sqrt{\frac{g}{a} + \frac{k}{m}}$

b) a energia mecânica do sistema é conservada e $\omega_c = \sqrt{\frac{g}{a} + \frac{k}{m}}$

c) a energia mecânica do sistema é conservada e $\omega_c = \sqrt{\frac{g}{a} - \frac{k}{m}}$

d) a energia mecânica do sistema não é conservada. O momento canônico p_φ é uma constante de

movimento devido a coordenada φ de ser ignorável e $\omega_c = \sqrt{\frac{g}{a} + \frac{k}{m}}$

e) Nenhuma das alternativas anteriores.

8B) Considere o movimento de uma partícula de massa m no plano $z = 0$, descrito por uma função Lagrangeana

$$L = -mc^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} - \frac{k}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

Onde $v^2 = \dot{x}^2 + \dot{y}^2$ e $c = \text{const}$ é a velocidade da luz. Calcule as constantes de movimento para este sistema e responda:

- a) os momentos canônicos não são conservados
 b) a energia não é conservada porque não é um escalar relativístico. O momento canônico

$$p_\theta = mr^2 \dot{\theta} / \sqrt{1 - v^2/c^2} \text{ é conservado.}$$

- c) Apenas o hamiltoniano $H = \frac{1}{2m} \left(p_r^2 + \frac{p_\theta^2}{r^2} \right) + \frac{k}{r}$ é uma constante do movimento

- d) O momento canônico $p_\theta = mr^2 \dot{\theta} / \sqrt{1 - v^2/c^2}$ e o hamiltoniano

$$H = c \sqrt{p_r^2 + \frac{p_\theta^2}{r^2} + m^2 c^2} + \frac{k}{r} \text{ são constantes de movimento}$$

- e) Nenhuma das alternativas anteriores

9A) A relação fundamental de um sistema na representação da entropia é dada por $s = uv - 1/(uv)$, onde s , u e v são a entropia, energia interna e volume molar, respectivamente. Escreva a equação de estado mecânica para este sistema, ou seja, determine a pressão em função da temperatura e do volume molar.

a) $P = vT$

b) $P = v/T$

c) $P = 1/\sqrt{\left(\frac{1}{T} - v\right)} v^3$ para $v < 1/T$

d) $P = 1/\sqrt{\left(\frac{1}{T} - v\right)}$ para $v < 1/T$

e) Nenhuma das alternativas anteriores.

9B) Considere um sistema particular cujo calor latente de vaporização seja constante, igual a l , ao longo da curva de coexistência entre as fases líquida e vapor. Um mol dessa substância encontra-se na fase mista, contido num recipiente de volume V_0 , na temperatura T_0 e pressão P_0 . O sistema é aquecido tal que sua pressão passa a ser $3P_0$. Nessas condições, determine a fração molar da fase gasosa, n_G , para esse novo valor de pressão. Assuma que a fase gasosa possa ser tratada como um gás ideal monoatômico.

a) $n_G = 1$

b) $n_G = \frac{3P_0V_0}{RT_0}$

c) $n_G = \frac{P_0V_0}{RT_0}$

d) $n_G = \frac{3P_0V_0}{R} \left[\frac{1}{T_0} - \frac{R}{l} \ln(3) \right]$

e) Nenhuma das alternativas anteriores.

10A) O hamiltoniano de um sistema de N partículas localizadas, cada qual com spin S_i ($i = 1, 2, \dots, N$) é dado por $H = D \sum_{i=1}^N (S_i - 1)^2$, onde S_i pode assumir os valores 0 e 1 e $D > 0$. Determine a entropia do sistema se a energia total é U , onde $u = U/N$ é a energia por partícula e $\varepsilon = u/D$.

a) $s(\varepsilon) = -k_B[\varepsilon \ln(\varepsilon) + (1 - \varepsilon) \ln(1 - \varepsilon)]$

b) $s(\varepsilon) = -k_B \ln(\varepsilon)$

c) $s(\varepsilon) = -k_B(1 - \varepsilon)$

d) $s(\varepsilon) = k_B(1 - \varepsilon) \ln(1 - \varepsilon)$

e) Nenhuma das alternativas anteriores.

10B) Considere um sistema de N partículas clássicas não-interagentes. Os estados de energia possíveis para cada partícula são dados por $\varepsilon_n = (n - 1)\varepsilon$ e são n degenerados ($\varepsilon > 0; n = 1, 2, 3, \dots$). Determine a energia livre de Helmholtz por partícula em função da temperatura, com $\beta = 1/k_B T$.

a) $f(T) = -2\varepsilon e^{\beta\varepsilon}$

b) $f(T) = -2\varepsilon + \frac{2}{\beta} \ln(e^{\beta\varepsilon} - 1)$

c) $f(T) = -2\varepsilon/\beta$

d) $f(T) = \frac{2}{\beta} \ln(e^{\beta\varepsilon} - 1)$

e) Nenhuma das alternativas anteriores.

Formulário:

$$k = 8,99 \times 10^9 \text{ (N.m}^2\text{)/C}^2; \epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2\text{/(N.m}^2\text{)}$$

Em coordenadas esféricas (r, θ, ϕ) :

$$\hat{r} = \text{sen}\theta \cos\phi \hat{x} + \text{sen}\theta \text{sen}\phi \hat{y} + \text{cos}\theta \hat{z}$$

$$\hat{\theta} = \text{cos}\theta \cos\phi \hat{x} + \text{cos}\theta \text{sen}\phi \hat{y} - \text{sen}\theta \hat{z}$$

$$\hat{\phi} = -\text{sen}\phi \hat{x} + \text{cos}\phi \hat{y}$$

onde \hat{x} , \hat{y} e \hat{z} são vetores cartesianos.

$$\nabla = \hat{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\hat{\theta}}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{\hat{\phi}}{r \text{sen}\theta} \frac{\partial}{\partial \phi}$$

$$h = 10^{-34} \text{ J.s}$$

$$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$m_{\text{elétron}} = 10^{-30} \text{ kg}$$

$$\Delta A \Delta B \geq \frac{|\langle [A, B] \rangle|}{2}$$

$$[L_r, L_s] = i\hbar \sum_t \epsilon_{rst} L_t$$

$$i\hbar \frac{d}{dt} |\Psi(t)\rangle = H |\Psi(t)\rangle$$

$$L_z \Psi_{nlm_l} = \hbar m_l \Psi_{nlm_l}$$

$$L^2 \Psi_{nlm_l} = \hbar^2 l(l+1) \Psi_{nlm_l}$$

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{m\omega^2}{2} x^2$$

$$\Delta H = \sqrt{\langle H^2 \rangle - \langle H \rangle^2}$$

Aproximação de Stirling: $\ln(x!) \approx x \ln(x) - x$