UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICA E MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO DE FÍSICA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

Exame de Seleção - Segundo Semestre de 2010

18/05/2010

Nome do Candidato: ____

Instruções: A prova consta de 20 (vinte) questões, sendo que o candidato deve escolher entre as opções A **ou** B de mesma numeração, totalizando 10 (dez) questões a serem respondidas. Os respectivos cálculos devem ser apresentados exclusivamente nos espaços destinados a cada questão escolhida (frente e verso), de maneira objetiva, **sem rasuras**.

ATENÇÃO: Não serão aceitas respostas sem uma justificativa coerente das alternativas assinaladas.

Em caso do candidato responder as opções A e B de uma mesma numeração, será considerada apenas a opção A.

1A - Uma carga positiva está distribuída ao longo do volume de uma esfera isolante de raio R_0. A distribuição é variável, com densidade dada por $\rho(r) = \rho_0\left(\dfrac{r^2}{R_0}\right)$. Determine ρ_0, de modo que o campo elétrico na superfície da esfera seja idêntico ao de uma esfera isolante de raio R_0 carregada uniformemente ao longo do volume com uma carga total Q.

a) (   ) $\rho_0 = \dfrac{3Q}{4\pi R_0^3}$

b) (   ) $\rho_0 = \dfrac{5Q}{\pi R_0^3}$

c) (   ) $\rho_0 = \dfrac{5Q}{4\pi R_0^3}$

d) (   ) $\rho_0 = \dfrac{3Q}{4\pi R_0^2}$

e) (   ) $\rho_0 = \dfrac{Q}{R_0^3}$

1B - Uma carga Q^{+} está distribuída uniformemente sobre o eixo Ox, desde $x=0$ até $x=a$. Uma carga puntual Q^{+} está colocada fixa no ponto $x=a+d$, como ilustrado na figura abaixo. Determine a que distância r da carga puntual, à direita desta, deve ser colocada uma terceira carga, Q^{-}, de modo que a força resultante sobre a segunda carga seja nula.

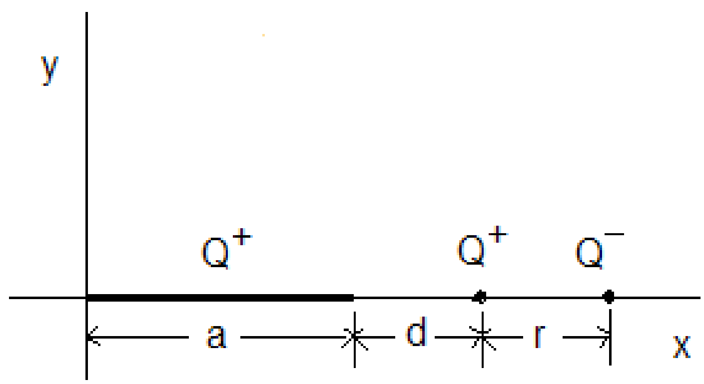
a) (   ) $r=\sqrt{\dfrac{a^2}{4}+\dfrac{ad}{2}+d^2}$

b) (   ) $r=d$

c) (   ) $r=\sqrt{d^2+r^2}$

d) (   ) $r=\sqrt{d(a+d)}$

e) (   ) $r=a+d$



2A - Responda se as afirmações abaixo são VERDADEIRAS (V) ou FALSAS (F). **É necessário dar uma pequena justificativa para cada item assinalado.**

a) (   ) Se um elétron não sofre nenhum desvio ao atravessar em linha reta uma certa região do espaço, então podemos afirmar que não existe nenhum campo magnético naquela região do espaço.

b) (   ) Um capacitor está inicialmente descarregado. Medidas mostram que não há nenhum campo magnético em seu interior. Ele começa então a ser carregado. Então podemos dizer que, segundo as equações de Maxwell, durante a carga do capacitor, não haverá nenhum campo magnético em seu interior.

c) (   ) Se uma carga elétrica se move de forma acelerada sobre o eixo Ox, então podemos dizer que nenhuma radiação eletromagnética será emitida na direção x.

d) (   ) Se você medir o módulo do campo magnético e elétrico em um ponto do espaço onde se propaga uma onda eletromagnética, então é possível determinar a direção de propagação desta onda.

e) (   ) Produzimos uma corrente através das espiras helicoidais de uma mola, então podemos dizer que as espiras se aproximam como se a mola estivesse sendo comprimida.

2B - Responda se as afirmações abaixo são VERDADEIRAS (V) ou FALSAS (F). **É necessário dar uma pequena justificativa para cada item assinalado.**

a) (   ) A identificação do comportamento ondulatório da luz depende da demonstração teórica de Maxwell de que a radiação eletromagnética se propaga como uma onda transversal com velocidade igual à velocidade da luz.

b) (   ) Uma fonte puntiforme de luz emite ondas esféricas. Ela é colocada no foco de um espelho parabólico, então podemos dizer que as ondas refletidas pelo espelho serão ondas planas.

c) (   ) Num experimento de fenda dupla, luz monocromática cruza as duas fendas formando, sobre uma tela, regiões de máximos e mínimos de difração. Então podemos dizer que, num ponto de máximo, existe um fluxo de energia sendo liberado sobre a tela, e que em um mínimo, não há liberação de energia sobre a tela.

d) (   ) Ondas longitudinais não podem ser polarizadas. Esta simples observação é suficiente para provar que os raios-X não podem ser polarizados.

e) (   ) A dualidade onda-partícula da luz é uma prova de que as conclusões da experiência de Young estão erradas.

3A - Na figura abaixo, um campo magnético perpendicular ao plano da figura, apontando para dentro da página, varia com o tempo segundo $B(t) = \frac{B_0}{T_0^2}t^2 - Ct$ onde B_0 e T_0 são constantes. Uma espira condutora é construída pela intersecção da reta $y = 0$ com a curva dada por $y = -\left(\frac{x}{C}\right)^2 + 4$. Determine o valor de C no instante $t = T_0$, de modo que o módulo da força eletromotriz seja um máximo.

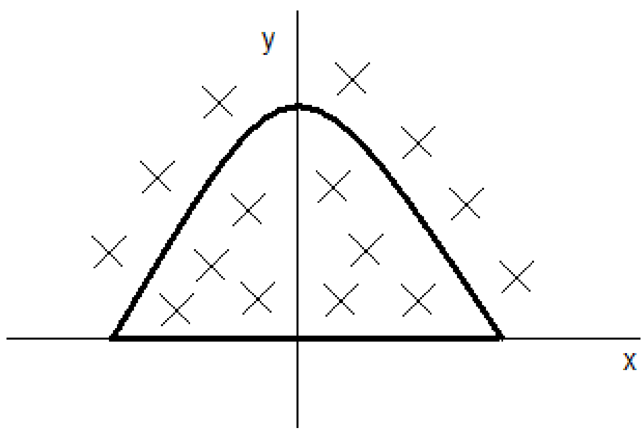
a) ( ) $C = \frac{1}{T_0}$

b) ( ) $C = B_0$

c) ( ) $C = \frac{B_0}{T_0}$

d) ( ) $C = \frac{2B_0}{T_0}$

e) ( ) $C = \left(\frac{B_0}{T_0}\right)^2$



3B - Na figura abaixo, temos um campo magnético que varia segundo a equação $\vec{B} = B_0\hat{k} + \frac{B_0}{L}x\hat{i}$, onde $\hat{k}$ é um vetor unitário, perpendicular ao plano do desenho, apontando para fora da página e $\hat{i}$ é um vetor unitário na direção de x positivo. Este campo atua numa região do espaço onde existe um fio condutor formado por cinco segmentos de reta, conforme mostrado na figura abaixo. Ele é percorrido por uma corrente total i, direcionada da direita para a esquerda. Calcule a força magnética total sobre o fio.

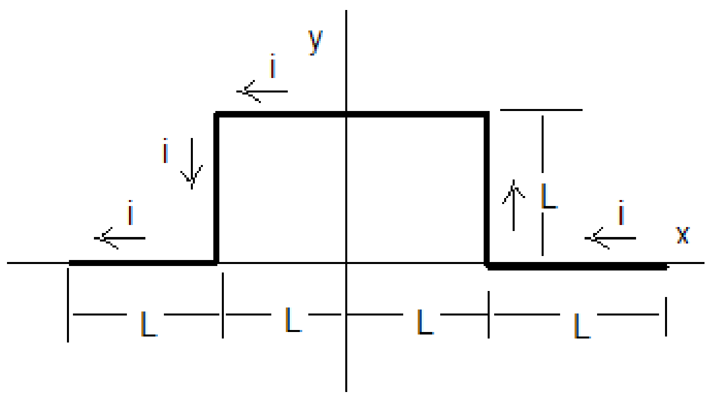
a) ( ) $\vec{F} = 4iLB_0\hat{j}$

b) ( ) $\vec{F} = -4iLB_0\hat{j} - 2iLB_0\hat{k}$

c) ( ) $\vec{F} = 4iLB_0\hat{j} - 2iLB_0\hat{i} - 2iLB_0\hat{k}$

d) ( ) $\vec{F} = 4iLB_0\hat{j} - 2iLB_0\hat{k}$

e) ( ) $\vec{F} = -4iLB_0\hat{j} - 2iLB_0\hat{k} + 2iLB_0\hat{i}$



4A – Observe as três configurações do sistema **Sol/Terra/Lua** ilustradas na figura abaixo. Considere as órbitas da Lua em torno da Terra e da Terra em torno do Sol como sendo circulares. Analise as seguintes afirmações:

I – O módulo da força gravitacional resultante sobre a **Lua** em (a) é aproximadamente igual a $4{,}7 \times 10^{20} N$.

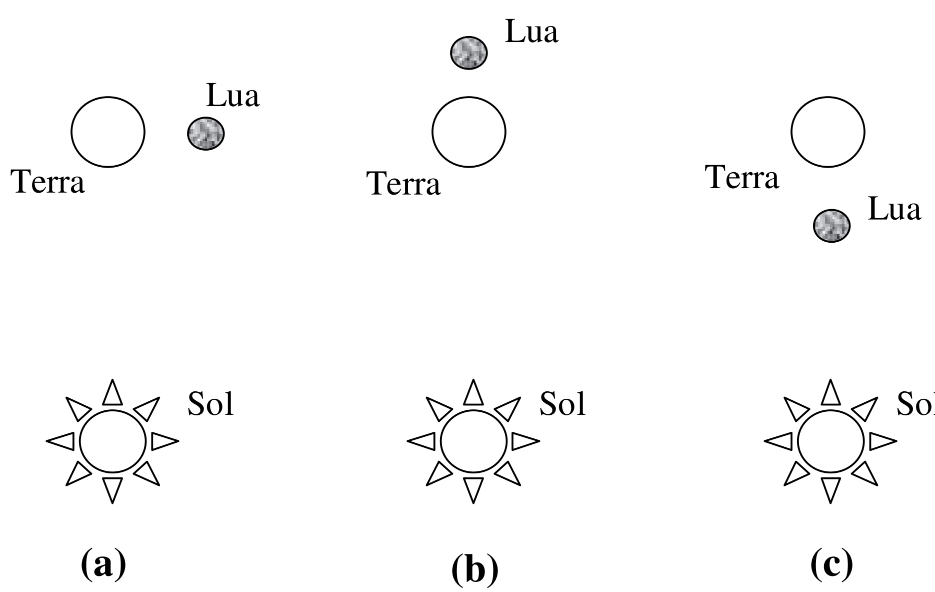
Sugestão: considere que a distância da **Terra** até o **Sol** é muito maior que a distância da **Terra** até a **Lua**, então podemos dizer que a distância do **Sol** até a **Lua** é aproximadamente igual a distância do **Sol** até a **Terra**.

II – O módulo da força gravitacional resultante sobre a **Lua** em (b) é maior que em (a).

III – O módulo da força gravitacional resultante sobre a **Lua** em (c) é igual ao módulo da força centrípeta da **Lua** em torno da **Terra**.

Analisando-se as afirmações acima, conclui-se que:

a) (   ) I e II são corretas.
b) (   ) I e III são corretas.
c) (   ) II e III são corretas.
d) (   ) Apenas III é correta.
e) (   ) Todas são corretas.



4B – Considere as afirmações abaixo:

I - Uma máquina de Carnot operando como motor térmico é considerada a mais eficiente das máquinas porque nela a quantidade de calor removida do reservatório quente é totalmente convertida em trabalho.

II – Num oscilador harmônico simples, cuja freqüência natural de oscilação é ω_0, se além da força restauradora também atuar uma força externa periódica dada por $F = F_0 cos\omega t$, quando $\omega = \omega_0$ o sistema oscila com uma amplitude máxima finita. Este fenômeno é conhecido como ressonância.

III - A equação da onda estacionária é dada por $y(x,t) = 2A_0 sen(kx)\cos(\omega t)$, onde $k = 2\pi/\lambda$ é o número de onda e ω é a freqüência angular. Considere uma haste metálica com uma extremidade fixa numa parede em $x = 0$ e outra extremidade livre em $x = L$, onde L é o comprimento da haste. Sendo v a velocidade de propagação das ondas, as freqüências de ressonância da haste são dadas por $f_n = \frac{nv}{4L}$ com $n = 1,3,5,...$

Analisando-se as afirmações acima, conclui-se que:

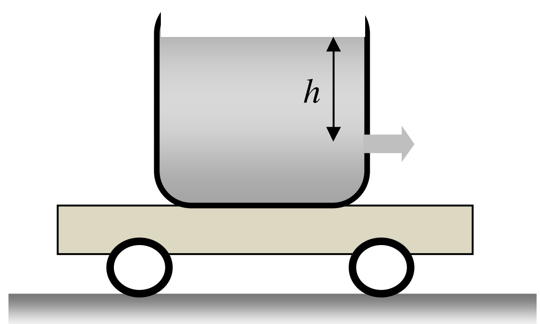
a) ( ) I e II são corretas.
b) ( ) I e III são corretas.
c) ( ) II e III são corretas.
d) ( ) Apenas III é correta.
e) ( ) Todas são corretas.

5A – Um relógio de pêndulo é calibrado para uma oscilação completa levar $2,0 seg.$ a uma temperatura de $20^o C$. Considere o pêndulo constituído de uma haste de latão de massa desprezível com um corpo pesado e de dimensão desprezível preso na extremidade (o coeficiente de dilatação linear do latão é $18 \times 10^{-6}\, K^{-1}$). O atraso do relógio em um período de $24h$ num dia quente quando a temperatura for de $30^o C$ é de

a) (   ) $4,0\ seg.$
b) (   ) $8,0\ seg.$
c) (   ) $12,0\ seg.$
d) (   ) $16,0\ seg.$
e) (   ) $24,0\ seg.$

5B – Um tanque de água encontra-se sobre um carrinho que pode mover-se sobre um trilho horizontal com atrito desprezível. Há um pequeno orifício de área A na parede lateral do tanque a uma profundidade h abaixo da superfície da água (ver figura abaixo). M é a massa inicial do tanque com água e m a massa do carrinho. Despreze o fator de contração do filete de água ao sair pelo furo. O módulo da aceleração inicial do carrinho, no instante em que o orifício é aberto, é dada por

a) ( ) $\frac{\rho g h A}{(M+m)}$.
b) ( ) $\frac{\rho g h A}{2(M+m)}$.
c) ( ) $\frac{2\rho g h A}{(M+m)}$.
d) ( ) $\frac{\sqrt{2gh}\rho A}{(M+m)}$.
e) ( ) $\frac{\rho g h A(M+m)}{(Mm)}$.

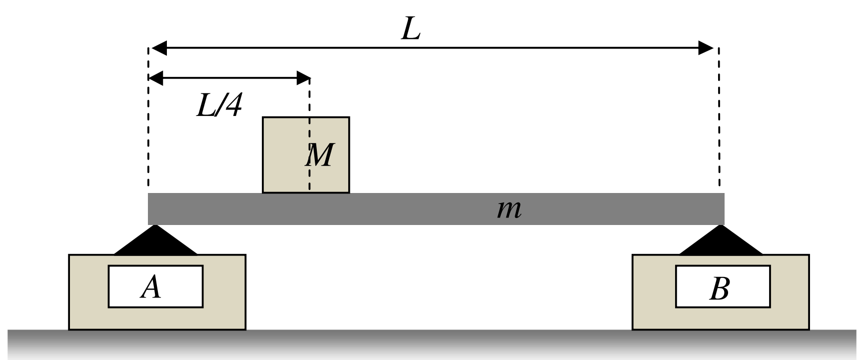


6A - Num macaco hidráulico o pistão maior tem uma seção reta com área $A = 0{,}2\ m^2$, enquanto que a área da seção reta do pistão menor é dada por $a = 5 \times 10^{-3}\ m^2$. Este sistema está preenchido com óleo de densidade *800 kg/m³* e é utilizado para elevar um carro de *2000 kg* depositado sobre o pistão maior através da aplicação de uma força F_a no pistão menor. Considerando a igualdade das pressões e que o pistão menor se mantém no nível do solo, e lembrando que neste caso é necessário levar em conta o peso da coluna de óleo que também precisa ser elevada no pistão maior, o valor de F_a para elevar o carro a uma altura de *2,0 m* é

a) (   ) $420\ N$.
b) (   ) $500\ N$.
c) (   ) $580\ N$.
d) (   ) $630\ N$.
e) (   ) $680\ N$.

6B – Uma viga uniforme de comprimento *L* e massa *m* repousa com as duas extremidades sobre duas balanças digitais *A* e *B*. Um bloco de massa *M* repousa sobre a viga, com seu centro situado a ¼ do comprimento da viga em relação a balança *A*, veja figura abaixo. Nesta situação, as leituras das balanças *A* e *B* são respectivamente:

a) ( ) $\frac{g}{4}(3M + 2m)$ e $\frac{g}{4}(M + 2m)$.
b) ( ) $\frac{g}{4}(3M - 2m)$ e $\frac{g}{4}(M - 2m)$.
c) ( ) $\frac{g}{4}(M + 2m)$ e $\frac{g}{4}(3M + 2m)$.
d) ( ) $\frac{4gMm}{(3M+2m)}$ e $\frac{4gMm}{(M+2m)}$.
e) ( ) $\frac{4gMm}{(M+2m)}$ e $\frac{4gMm}{(3M+2m)}$.



7A – Considere uma placa retangular sólida e uniforme de massa M com lados a e b. O momento de inércia relacionado ao eixo de rotação perpendicular a placa e que passa pelo seu centro geométrico é dado por

a) ( ) $\frac{1}{12}M(ab)$.

b) ( ) $\frac{1}{12}M(a^2+b^2)$.

c) ( ) $\frac{1}{6}M(a^2+b^2)$.

d) ( ) $\frac{1}{4}Ma^2+\frac{1}{3}Mb^2$.

e) ( ) $\frac{1}{12}M\frac{(ab)^2}{(a^2+b^2)}$.

7B – Uma máquina utilizando um mol de gás ideal, inicialmente com volume de $26{,}6\ litros$ e temperatura de $400\ K$, realiza um ciclo que consiste de 4 processos: 1) expansão isotérmica a 400 K até duas vezes o volume inicial; 2) resfriamento a volume constante até a temperatura atingir $300\ K$; 3) compressão isotérmica até seu volume original e 4) aquecimento a volume constante até retornar a sua temperatura inicial. Considere a capacidade térmica molar a volume constante $C_V = 21\ J/molK.$ A eficiência desta máquina atuando como motor térmico é de

a) (   ) 13%.
b) (   ) 18%.
c) (   ) 25%.
d) (   ) 39%.
e) (   ) 52%.

8A - Um dos postulados da mecânica quântica diz que observáveis devem ser descritos por operadores lineares. Analise os operadores abaixo e diga quais deles são lineares.

I - $\hat{O}_1\psi(x) \leftrightarrow \pi\psi(\mathrm{x})$

II - $\hat{O}_2\psi(x) \leftrightarrow e^{ikx}\psi(\mathrm{x})$

III - $\hat{O}_3\psi(x) \leftrightarrow i\dfrac{\mathrm{d}\psi(\mathrm{x})}{dx}$

IV - $\hat{O}_4\psi(x) \leftrightarrow sen(\psi(\mathrm{x}))$

V - $\hat{O}_5\psi(x) \leftrightarrow -\dfrac{\mathrm{d}^2\psi(\mathrm{x})}{dx^2}$

a) ( ) todos.
b) ( ) I, II e III.
c) ( ) I, II, IV e V.
d) ( ) III, IV e V.
e) ( ) I, II, III e V.

8B - Abaixo estão listados três conjuntos de operadores, autofunções e autovalores. Para cada um, verifique se as funções dadas são autofunções dos respectivos operadores, com o autovalor correspondente e indique a alternativa correta.

I - $\hat{O}_1 \leftrightarrow \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}$; $\psi(\mathrm{x}) = Ae^{ik(x+y)}$; $2ik$

II - $\hat{O}_2 \leftrightarrow i\hbar \frac{d}{dt}$; $\varphi(\mathrm{t}) = B.sen(\omega t)$; ω

III - $\hat{O}_3 \leftrightarrow \frac{-\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$; $\lambda(\mathrm{x}) = Ce^{-m\omega x^2/(2\hbar)}$; $\frac{\hbar\omega}{2}$

A, B, C, k, m, ω são constantes.

a) ( ) I e III estão corretas.
b) ( ) somente I está correta.
c) ( ) II e III estão corretas.
d) ( ) somente III está correta.
e) ( ) nenhuma está correta.

9A - Considere nove férmions não interagentes sujeitos a um potencial tipo oscilador harmônico em três dimensões isotrópico. O hamiltoniano para este sistema pode ser escrito como $H = \frac{1}{2m}(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2) + \frac{m\omega^2}{2}(x^2 + y^2 + z^2)$. Se as partículas ocuparem a configuração de menor energia neste sistema, a energia do férmion menos energético e do mais energético é dada respectivamente por

a) ( ) $\frac{3}{2}\hbar\omega$ e $\frac{7}{2}\hbar\omega$

b) ( ) $\frac{1}{2}\hbar\omega$ e $\frac{3}{2}\hbar\omega$

c) ( ) 0 e $\frac{1}{2}\hbar\omega$

d) ( ) $\frac{3}{2}\hbar\omega$ e $\frac{3}{2}\hbar\omega$

e) ( ) $\frac{3}{2}\hbar\omega$ e $\frac{5}{2}\hbar\omega$

9B - Um átomo de H encontra-se em um estado descrito pela função de onda:

$$\Psi(r,\theta,\varphi) = A\left[3\psi_{100}(r,\theta,\varphi) + 2\psi_{200}(r,\theta,\varphi) - e^{i\pi}\psi_{211}(r,\theta,\varphi)\right]$$

onde $\psi_{nlm}(r,\theta,\varphi)$ são autoestados do Hamiltoniano para o átomo de hidrogênio e A é uma constante de normalização. A constante de normalização A é dada por

Sugestão: As funções $\psi_{nlm}(r,\theta,\varphi)$ são ortogonais e normalizadas.

a) ( ) $1/\sqrt{13}$
b) ( ) $1/\sqrt{13 - e^{2i\pi}}$
c) ( ) $1/14$
d) ( ) $1/\sqrt{14}$
e) ( ) $13 + e^{2i\pi}$

10A - Um prisma de vidro com índice de refração n se move com velocidade v constante em relação ao laboratório. Durante seu movimento um feixe de luz se propaga no prisma no mesmo sentido de sua velocidade v. A velocidade da luz no prisma quando medida em um referencial sobre o prisma e por um observador no laboratório é dada respectivamente por

a) ( ) c e $c+nv$

b) ( ) $\dfrac{c}{n}$ e $\dfrac{(c-nv)}{(n-v/c)}$

c) ( ) $\dfrac{c}{n}$ e $\dfrac{(c+nv)}{(n+v/c)}$

d) ( ) c e $c-nv$

e) ( ) c e c

10B - Materiais cristalinos exibem uma grande diversidade no comportamento elétrico, podendo ser classificados como condutores, semicondutores ou isolantes. Analise as afirmações abaixo e responda se elas são VERDADEIRAS (V) ou FALSAS (F). **É necessário dar uma pequena justificativa para cada item assinalado.**

a) (   ) Materiais metálicos tem a condutividade elétrica aumentada com a temperatura, devido à maior mobilidade eletrônica.

b) (   ) Os semicondutores tem grande aplicação tecnológica devido à anisotropia das propriedades elétricas que privilegiam certas direções cristalinas.

c) (   ) Um requisito suficiente para caracterizar um isolante elétrico é ter a banda de valência totalmente ocupada.

d) (   ) À temperatura ambiente, os cristais formados por haletos alcalinos são isolantes elétricos.

e) (   ) Em um metal à temperatura zero kelvin, todos os elétrons de condução tem energia menor ou igual à Energia de Fermi e uma fração considerável da população de elétrons ocupa o primeiro estado quantizado (estado fundamental).

RELAÇÕES:

Utilizar $g \approx 10\ m/s^2$
Distância Terra-Sol (centro a centro): $D_{TS} = 1{,}5\times10^{11} m$
Distância Terra-Lua (centro a centro): $D_{TL} = 3{,}8\times10^{8} m$
Massa do Sol: $M_S \approx 2\times10^{30} kg$
Massa da Terra: $M_T \approx 6\times10^{24} kg$
Massa da Lua: $M_L \approx 7{,}4\times10^{22} kg$
Constante gravitacional universal: $G = 6{,}6\times10^{-11} Nm^2/kg^2$
Constante universal dos gases ideais: $R = 8{,}314 \frac{J}{mol.K}$.

FORMULÁRIO:

$$F = \frac{|q_1 q_2|}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \qquad V = \frac{U}{q_0} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} \qquad \oint \vec{B}.d\vec{l} = \mu_o (i_c + i_D)_{\text{int}}$$

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r} \qquad d\vec{F} = i d\vec{l} \times \vec{B} \qquad i_D = \varepsilon \frac{d\Phi_E}{dt}$$

$$\varepsilon_0 \oint \vec{E}.\vec{n} dA = q_{\text{int}} \qquad \vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \qquad \Phi_E = \oint \vec{E}.\vec{n} dA$$

$$U = \frac{q q_0}{4\pi\varepsilon_0 r} \qquad \vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\vec{v}\times\hat{r}}{r^2} \qquad \Phi_B = \oint \vec{B}.\vec{n} dA$$

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt} \qquad \oint \vec{E}.d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \qquad \vec{S} = \frac{1}{\mu_0}\vec{E}\times\vec{B}$$

$$F = \frac{GMm}{r^2} \qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{msg}}$$

$$P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g h = cte \qquad P = P_0 + \rho g h$$

$$I = \frac{1}{12} M L^2 \qquad I = I_{CM} + M r^2 \qquad PV = nRT$$

$$\hat{H}\Psi = E\Psi\ ; \quad \hat{H} \leftrightarrow \frac{-\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \qquad \nabla^2 = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2\frac{\partial}{\partial r}) + \frac{1}{r^2 sen^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2} + \frac{1}{r^2 sen\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(sen\theta\frac{\partial}{\partial\theta})$$

Se $V = \frac{m\omega^2 x^2}{2}$ temos os autovalores: $E_n = (n + \frac{1}{2})\hbar\omega$

$$\Psi_{100} = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{Z}{a_0}\right)^{3/2} e^{-Zr/a_0} \qquad \Psi_{200} = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}}\left(\frac{Z}{a_0}\right)^{3/2}\left(2-\frac{Zr}{a_0}\right)e^{-Zr/2a_0}$$

$$\Psi_{210} = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}}\left(\frac{Z}{a_0}\right)^{3/2}\left(\frac{Zr}{a_0}\right)e^{-Zr/2a_0}\cos\theta \qquad \Psi_{21\pm1} = \frac{1}{8\sqrt{\pi}}\left(\frac{Z}{a_0}\right)^{3/2}\left(\frac{Zr}{a_0}\right)e^{-Zr/2a_0}\, sen\theta\, e^{\pm i\varphi}$$

$$E^2 = p^2c^2 + m^2c^4 \qquad u_x' = \frac{u_x - v}{1-\frac{u_x v}{c^2}} \qquad u_x = \frac{u_x' + v}{1+\frac{u_x' v}{c^2}} \qquad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$