



Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC  
Centro de Ciências Físicas e Matemáticas - CFM  
Departamento de Física - FSC  
Curso de Pós-Graduação em Física – PG - FSC  
Exame de Seleção - Prova escrita - 19/05/2009 – Segundo Semestre de 2009

**Nome do Candidato:** \_\_\_\_\_

**Instruções:** A prova consta de 20 (vinte) questões, sendo que o candidato deve escolher entre as opções A *ou* B de mesma numeração, totalizando 10 (dez) questões a serem respondidas. Os respectivos cálculos devem ser apresentados exclusivamente nos espaços destinados a cada questão escolhida (frente e verso), de maneira objetiva, ***sem rasuras***.

**ATENÇÃO:** Não serão aceitas respostas sem a justificativa detalhada das alternativas assinaladas.



**1 A)** Uma carga pontual  $-q$  é colocada a uma distância  $d$  de um grande plano condutor aterrado. A densidade superficial de carga no plano condutor a uma distância  $D$  da carga pontual é

- a) ( )  $q / (4\pi D)$ .
- b) ( )  $qD^2 / (2\pi)$ .
- c) ( )  $qd / (2\pi D^2)$ .
- d) ( )  $qd / (2\pi D^3)$ .
- e) ( )  $qd / (4\epsilon_0 \pi D^2)$ .



**1 B)** Qual dos seguintes campos elétricos poderia existir em uma região finita do espaço, onde não há cargas? (Nas expressões abaixo,  $A$  é uma constante e  $\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{j}$  e  $\mathbf{k}$  são versores na direção dos eixos cartesianos  $x$ ,  $y$  e  $z$ , respectivamente.)

- a) ( )  $A(2xy \mathbf{i} - xz \mathbf{k})$ .
- b) ( )  $A(xz \mathbf{i} + xz \mathbf{j})$ .
- c) ( )  $A(-xy \mathbf{j} + xz \mathbf{k})$ .
- d) ( )  $Axyz(\mathbf{i} + \mathbf{j})$ .
- e) ( )  $Axyz \mathbf{i}$ .



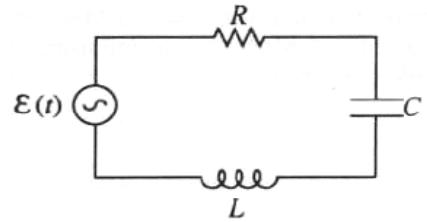
**2 A)** Um pequeno anel metálico de raio  $a$  está localizado no centro de outro anel metálico de raio  $b$ , coplanar ao primeiro, com  $b \gg a$ . Pelo anel maior passa uma corrente alternada  $I = I_0 \cos(\omega t)$ , onde  $I_0$  e  $\omega$  são constantes. O campo magnético gerado pela corrente do anel maior induz no anel menor uma força eletromotriz que é aproximadamente igual a

- a) ( )  $(\pi \mu_0 I_0 / 2) \cdot (a^2 / b) \cdot \omega \cos(\omega t)$ .
- b) ( )  $(\pi \mu_0 I_0 / 2) \cdot (a^2 / b) \cdot \omega \sin(\omega t)$ .
- c) ( )  $(\pi \mu_0 I_0 / 2) \cdot (a / b^2) \cos(\omega t)$ .
- d) ( )  $(\pi \mu_0 I_0 / 2) \cdot (a / b^2) \cdot \omega \sin(\omega t)$ .
- e) ( )  $(\pi \mu_0 I_0 / 2) \cdot (a / b) \sin(\omega t)$ .



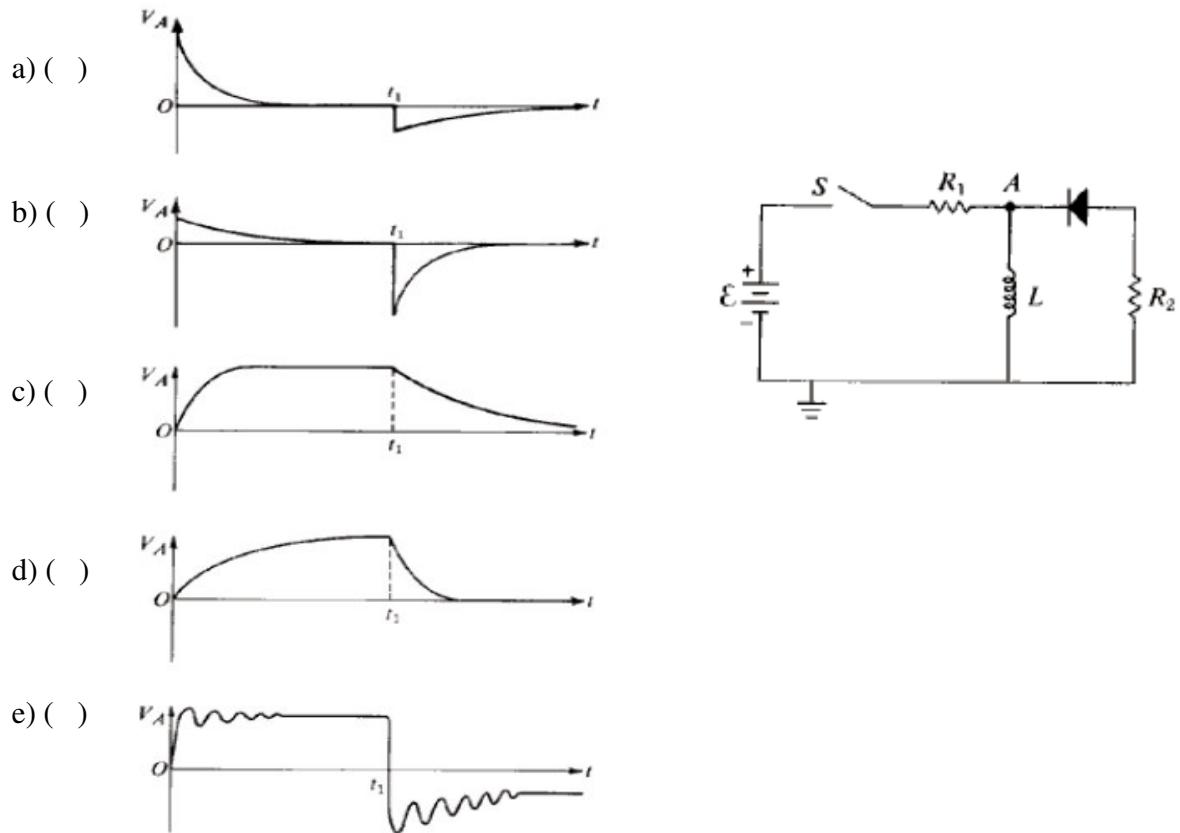
**2 B)** Uma tensão  $\varepsilon(t) = \varepsilon_m \cos(\omega t)$  é aplicada ao circuito RLC ilustrado, onde  $\varepsilon_m$  e  $\omega$  são constantes. A corrente  $I_m$  no regime estacionário é

- a) ( )  $(\varepsilon_m / R) \cos(\omega t)$ .
- b) ( )  $(\varepsilon_m / [wL]^{1/2}) \sin(\omega t)$ .
- c) ( )  $(\varepsilon_m / [R^2 + 1/(LC)]^{1/2}) \cos(\omega t)$ .
- d) ( )  $(\varepsilon_m / [R^2 + \{wL - 1/(wC)\}^2]^{1/2}) \cos(\omega t)$ .
- e) ( )  $(\varepsilon_m / [R^2 + 1/(LC)]^{1/2}) w \sin(\omega t)$ .





**3 A)** No circuito ilustrado na Figura, a bateria de força eletromotriz  $\mathcal{E}$  tem resistência interna desprezível e  $R_2=3R_1$ . A resistência do diodo no modo direto também é desprezível. No instante  $t = 0$ , a chave S é fechada até que as correntes atinjam seus valores assintóticos. Então, no instante  $t_1$ , a chave é aberta. A curva que representa mais corretamente o potencial no ponto A é





**3 B)** Uma onda eletromagnética é formada pela superposição de duas onda planas transversais independentes, podendo ser descrita pela parte real de

$$\mathbf{E} = E_1 \exp(i[kz-wt])\mathbf{x} + E_2 \exp(i[kz-wt+\pi])\mathbf{y},$$

onde  $k$ ,  $w$ ,  $E_1$  e  $E_2$  são reais,  $\mathbf{x}$  e  $\mathbf{y}$  são versores cartesianos. Considere as seguintes afirmações :

I – Se  $E_2 = E_1$ , a ponta do vetor  $\mathbf{E}$  descreve uma trajetória linear que faz um ângulo de  $135^\circ$  com o eixo x-positivo, no plano xy.

II – Se  $E_2 \neq E_1$ , a ponta do vetor  $\mathbf{E}$  descreve uma trajetória elíptica no plano xy, com sentido horário.

III – Se as duas polarizações percorrem caminhos diferentes, tal que a diferença de percurso é  $2\pi/k$ , a intensidade média do campo no ponto em que as ondas voltam a se encontrar é  $E_1^2 - E_2^2$ .

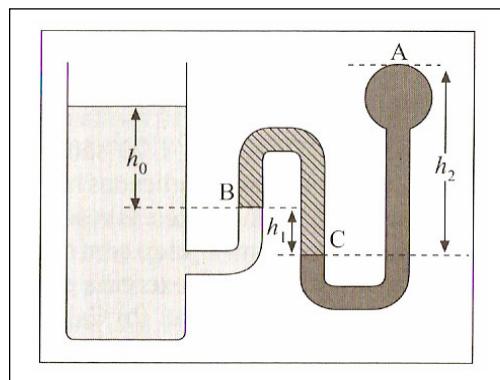
Sobre as afirmações acima

- a) ( ) I e III são corretas.
- b) ( ) II e III são corretas.
- c) ( ) Apenas I é correta.
- d) ( ) Apenas II é correta.
- e) ( ) todas são corretas.



**4 A)** O sistema representado na figura abaixo está localizado ao nível do mar. A porção  $AC$  contém mercúrio, a porção  $BC$  contém óleo e o tanque aberto para o ambiente contém água. As alturas indicadas são  $h_0 = 10\text{cm}$ ,  $h_1 = 5\text{cm}$  e  $h_2 = 20\text{cm}$ , sendo  $15 \times 10^3 \text{kg/m}^3$ ,  $0,8 \times 10^3 \text{kg/m}^3$  e  $1 \times 10^3 \text{kg/m}^3$  as densidades do mercúrio, do óleo e da água, respectivamente. Considere a aceleração da gravidade  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Se a pressão atmosférica é dada por  $1 \times 10^5 \text{Pa}$ , a pressão no ponto  $A$  é igual a

- a) ( )  $1,314 \text{atm}$ .
- b) ( )  $1,286 \text{atm}$ .
- c) ( )  $0,714 \text{atm}$ .
- d) ( )  $0,706 \text{atm}$ .
- e) ( )  $0,686 \text{atm}$ .





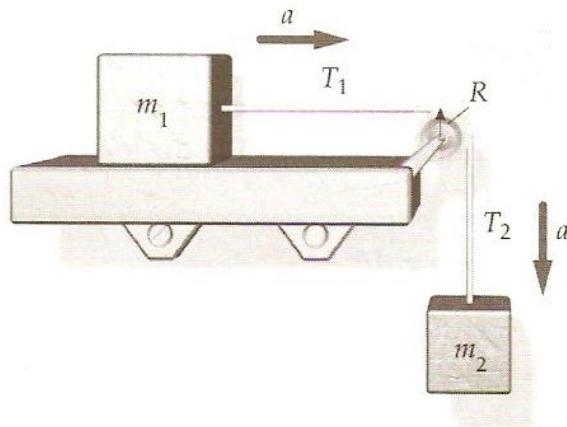
**4 B)** Uma balsa de área  $A$  e massa  $M$  flutua em águas tranqüilas com uma altura  $h_1$  submersa. Quando uma pessoa de massa  $m$  sobe nela, uma altura  $h_2 > h_1$  da balsa fica submersa. Podemos concluir que massa  $m$  da pessoa é

- a) ( )  $M[(h_2/h_1) - 1]$ .
- b) ( )  $M(h_2/h_1)$ .
- c) ( )  $M(h_1/h_2)$ .
- d) ( )  $M[1 - (h_1/h_2)]$ .
- e) ( )  $M(h_2 - h_1)$ .



**5 A)** Dois blocos estão conectados por uma corda leve (de massa desprezível) e inextensível que passa através de uma roldana de raio  $R$  e momento de inércia  $I$ . O bloco de massa  $m_1$  escorrega sobre uma superfície horizontal sem atrito, enquanto o bloco de massa  $m_2$  é suspenso pela corda, como mostra a figura abaixo. Considerando que a corda não desliza na roldana, a aceleração dos blocos é igual a

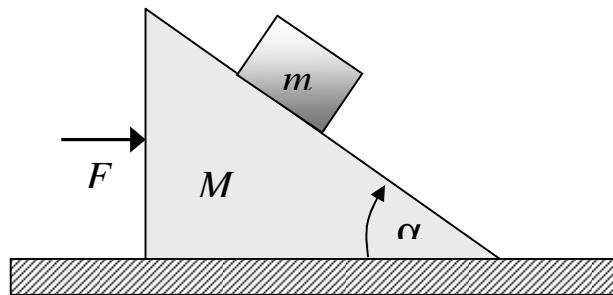
- a) ( )  $m_2g/(m_2 + m_1)$ .
- b) ( )  $(m_2 - m_1)g/(m_2 + m_1)$ .
- c) ( )  $(m_2 - m_1)g/(m_2 - I/R^2)$ .
- d) ( )  $m_2g/(m_1 + m_2 - I/R^2)$ .
- e) ( )  $m_2g/(m_1 + m_2 + I/R^2)$ .





**5 B)** Um bloco de massa  $M$  em forma de cunha desliza sem atrito sobre uma mesa plana pela ação de uma força  $F$ . Sobre este bloco repousa outro bloco de massa  $m$ , conforme ilustrado na figura abaixo. Supondo que também não haja atrito entre os blocos  $M$  e  $m$ , a força  $F$  necessária para que o bloco  $m$  mantenha sempre a mesma distância em relação à mesa é

- a) ( )  $m g \operatorname{sen} \alpha$ .
- b) ( )  $M g \cos \alpha$ .
- c) ( )  $(M + m) g \operatorname{sen} \alpha$ .
- d) ( )  $(M - m) g \tan \alpha$ .
- e) ( )  $(M + m) g \tan \alpha$ .





**6 A)** Um planeta cujo núcleo é oco consiste de uma casca esférica espessa e uniforme com massa  $M$ , raio externo  $R$  e raio interno  $R/2$ . Sendo  $G$  a constante gravitacional universal, considere as seguintes afirmações:

I – Para  $r < R/2$  o campo gravitacional é nulo.  
II – O módulo do campo gravitacional a uma distância igual a  $3R/4$  é igual a  $38GM/63R^2$  na direção radial.

III – Para  $r > R$  o módulo do campo é  $GMR/r^3$  na direção radial.

Analizando-se as afirmações acima, concluímos que

- a) ( ) I e II são corretas.
- b) ( ) I e III são corretas.
- c) ( ) II e III são corretas.
- d) ( ) apenas I é correta.
- e) ( ) nenhuma afirmação é correta.



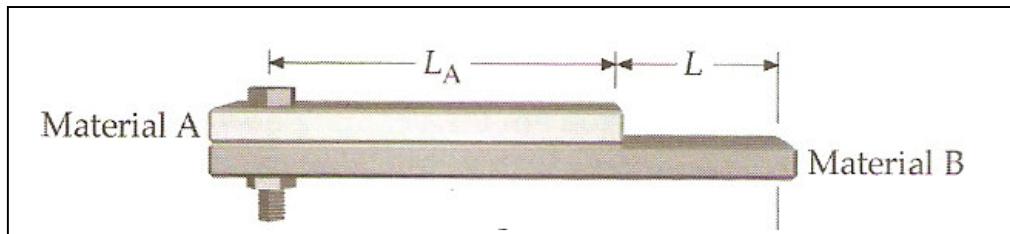
**6 B)** Diga se as afirmações abaixo são VERDADEIRAS ( V ) ou FALSAS ( F ):

- a) ( ) Quando uma força externa de freqüência angular  $\omega$  atua num oscilador harmônico simples (sem atuação de forças dissipativas), cuja freqüência natural de oscilação é  $\omega_0$ , o sistema adquire uma amplitude máxima finita de oscilação para  $\omega \approx \omega_0$ , devido ao fenômeno de ressonância.
- b) ( ) A velocidade máxima que um carro pode completar uma curva de raio  $R$  numa estrada plana, sem deslizar, é dada por  $(2\mu_e g R)^{1/2}$ , onde  $\mu_e$  é o coeficiente de atrito estático entre as rodas e o asfalto.
- c) ( ) Em ondas estacionárias, a distância entre dois nodos ou dois ventres adjacentes é igual a  $\lambda/2$ .
- d) ( ) Num processo isocórico realizado por um sistema termodinâmico a variação de sua energia interna depende unicamente da quantidade de calor transferida.
- e) ( ) Considere uma caixa d'água com uma grande superfície livre, na qual a pressão é igual à pressão atmosférica, sendo  $h_2$  a altura do fundo da caixa ao nível d'água. Considere um escoamento estacionário de água por um pequeno orifício localizado a uma altura  $h_1$  do fundo da caixa, sendo que a área do furo é desprezível comparada com a área da superfície livre, de modo que o volume de água que sai do furo é muito pequeno. A velocidade d'água na saída do orifício é dada por  $(2gh)^{1/2}$ , onde  $h = h_2 - h_1$ .



**7 A)** Um modo de construir um dispositivo de forma a manter constante a separação entre dois de seus pontos, apesar de variações na temperatura, consiste em prender as extremidades de duas barras com coeficientes de expansão lineares diferentes (como mostrado na figura abaixo). Combinações deste tipo são utilizadas em relógios de pêndulo para que não atrasem ou adiantem com variações de temperatura. Considere  $L_A$ ,  $\alpha_A$  e  $L_B$ ,  $\alpha_B$  os comprimentos e coeficientes de expansão linear das barras feitas com os materiais A e B, respectivamente. O valor de  $L$  para que este permaneça constante com a temperatura deve ser

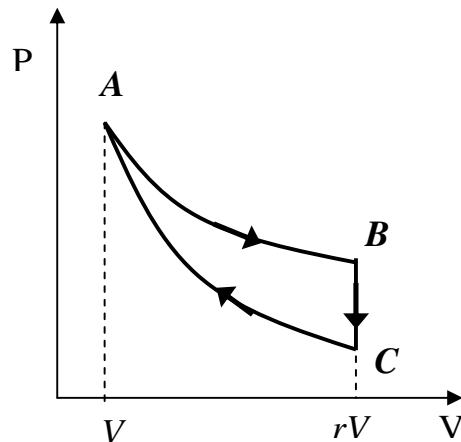
- a) ( )  $L_B [(\alpha_A/\alpha_B) - 1]$ .
- b) ( )  $L_A [(\alpha_A/\alpha_B) - 1]$ .
- c) ( )  $L_B [(\alpha_B/\alpha_A) + 1]$ .
- d) ( )  $L_A [1 - (\alpha_A/\alpha_B)]$ .
- e) ( )  $L_B [1 + (\alpha_A/\alpha_B)]$ .





**7 B)** O ciclo ilustrado na figura abaixo representa os processos termodinâmicos de um motor térmico que utiliza um mol de um gás monoatômico ideal, para o qual a capacidade térmica molar a volume constante é dada por  $C_V = 3R/2$ , onde  $R$  é a constante universal dos gases ideais. Este ciclo é composto por uma expansão isotérmica no trecho  $AB$ , um processo isocórico no trecho  $BC$  e uma compressão adiabática no trecho  $CA$ .  $V$  é o volume mínimo e  $rV$  o volume máximo que o sistema pode adotar, onde  $r$  é chamado de razão de compressão. Sendo  $T_f$  e  $T_q$  as temperaturas dos reservatórios frio e quente, respectivamente, podemos afirmar que a eficiência térmica deste ciclo é dada por

- a) ( )  $[T_q \ln(r) - 3(T_q - T_f)/2] / [T_q \ln(r) + 3(T_q - T_f)/2]$ .
- b) ( )  $[3(T_q - T_f)/2 - T_q \ln(r)] / [T_q \ln(r) + 3(T_q - T_f)/2]$ .
- c) ( )  $1 - [3(T_f - T_q)/2T_q \ln(r)]$ .
- d) ( )  $1 - [3(T_q - T_f)/2T_q \ln(r)]$ .
- e) ( )  $1 - [2T_q \ln(r)/3(T_q - T_f)]$ .





**8 A)** Uma partícula relativística livre, de massa de repouso  $m_0$ , movendo-se com velocidade constante  $\vec{v}$  num certo referencial, é descrita, em uma dimensão, pela função de onda  $\psi(x,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar k}} e^{i(kx-\omega t)}$ . A razão entre suas velocidades de fase e de grupo é

a) ( )  $\left( \frac{m_0 v}{2\pi\hbar k} \right)^2$ .

b) ( )  $\left( \frac{\gamma m_0 v}{2\pi\hbar k} \right)^{1/2}$ .

c) ( )  $\left( \frac{\gamma m_0 c}{\hbar k} \right)^2$ .

d) ( )  $\left( \frac{\gamma m_0 c}{\hbar k} \right)^{1/2}$ .

e) ( )  $\left( \frac{m_0 c^2}{\hbar \omega} \right)^{1/2}$ .



**8 B)** Sejam os operadores  $A_1 = \frac{x^n}{n}$ ,  $A_2 = -i\alpha x \frac{d}{dx}$ ,  $A_3 = A_1 A_2 - A_2 A_1$  e  $A_4 = A_2 A_3 - A_3 A_2$ ,

$\alpha \in \mathbb{R}$ , atuando sobre o espaço de funções contínuas e limitadas, de uma variável  $x$ , que se anulam na fronteira do intervalo onde estão definidas. O maior conjunto que podemos formar a partir dos operadores acima, cujos elementos possuem autofunções simultâneas e aos quais associamos autovalores reais é

- a) ( )  $\{A_1, A_2, A_4\}$ .
- b) ( )  $\{A_1, A_3, A_4\}$ .
- c) ( )  $\{A_1, A_2\}$ .
- d) ( )  $\{A_1, A_4\}$ .
- e) ( )  $\{A_2, A_4\}$ .



**9 A)** O estado fundamental do oscilador harmônico unidimensional, cujo hamiltoniano pode ser escrito na forma  $H^{(0)} = p^2/(2m) + m\omega^2 x^2/2$ , é dado por  $u_0 = \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{1/4} e^{-m\omega x^2/(2\hbar)}$ . Suponha que, num dado instante, esta função de onda descreva o movimento de uma carga elétrica oscilante  $q$ . Se, num instante imediatamente posterior, for aplicado um campo elétrico constante  $E$ , de modo que o novo hamiltoniano passe a ser  $H = H^{(0)} + \phi(x)$ , onde  $\phi(x) = -qEx$ , a probabilidade de que a partícula seja encontrada em seu novo estado de menor energia é

a) ( )  $e^{-\frac{(qE)^2}{m\hbar\omega^3}}$ .

b) ( )  $e^{-\frac{(qE)^2}{2m\hbar\omega^3}}$ .

c) ( )  $e^{-\frac{(qE)^2}{4m\hbar\omega^3}}$ .

d) ( )  $e^{-\frac{2qEx}{\hbar\omega}}$ .

e) ( )  $e^{-\frac{qEx}{\hbar\omega}}$ .

(*Sugestão:* Diagonalize a forma quadrática correspondente ao hamiltoniano  $H$ , completando o quadrado.)



**9 B)** Um operador  $A$ , associado a um dado observável de um certo sistema, possui autovalores  $a_1$  e  $a_2$ , correspondentes às autofunções normalizadas

$$u_1 = \frac{\phi_1 + \phi_2}{\sqrt{2}}, \quad u_2 = \frac{\phi_1 - \phi_2}{\sqrt{2}},$$

onde  $\phi_1$  e  $\phi_2$  são autofunções do hamiltoniano, com autovalores  $E_1 = \hbar\omega_1$  e  $E_2 = \hbar\omega_2$ , respectivamente. Se o sistema se encontra no estado  $\phi_1$  no instante inicial  $t=0$ , a probabilidade de, num instante posterior  $t$ , obtermos o valor  $a_1$  numa medida de  $A$  será

- a) ( )  $\cos^2\left[\frac{(\omega_1 - \omega_2)t}{2}\right]$ .
- b) ( )  $\sin^2\left[\frac{(\omega_1 - \omega_2)t}{2}\right]$ .
- c) ( )  $\cos\left[\frac{(\omega_1 - \omega_2)t}{2}\right]$ .
- d) ( )  $\sin\left[\frac{(\omega_1 - \omega_2)t}{2}\right]$ .
- e) ( )  $1 - \sin\left[\frac{(\omega_1 - \omega_2)t}{2}\right]$ .



- 10 A)** Um foguete B afasta-se radialmente com velocidade constante  $V$ , com relação a uma estação espacial A, que define um sistema de referência no qual a mesma permanece em repouso em sua origem O. No instante inicial, B deixa a estação A e, decorrido o intervalo de tempo  $T$ , a estação envia um sinal de luz que alcança B no ponto de coordenadas  $(t_B, r_B)$ . Desprezando-se o intervalo em que B acelera, i.e., considerando que o movimento de B seja uniforme em todo percurso, e que a estrutura do espaço-tempo seja caracterizada pelo intervalo invariante infinitesimal  $ds^2 = c^2(dt)^2 - \alpha^2(dr)^2$ , onde  $c$  e  $\alpha > 0$  são constantes com dimensões apropriadas, é correto afirmar que
- a) ( ) a equação que caracteriza o sinal enviado é  $r = c(t - T)$ .
  - b) ( ) a velocidade radial de B é  $V = dr/dt$ , pois a curvatura do espaço é nula.
  - c) ( ) o instante em que B recebe o sinal é  $t_B = T/(1 - \alpha V/c)$ .
  - d) ( ) a coordenada de B no instante de recepção do sinal é  $r_B = VT/[\alpha(1 - V/c)]$ .
  - e) ( )  $T$  é o intervalo de tempo-próprio medido por um observador em repouso no referencial de A, desde a partida de B até o envio do sinal ao mesmo.



**10 B)** Um próton relativístico colide com um segundo próton em repouso no referencial do laboratório. As partículas emergentes são um próton, um nêutron e um píon carregado. Assumindo a relação aproximada  $m_{0p} = m_{0n} = 6m_{0\pi}$ , entre suas respectivas massas de repouso dessas partículas, a energia total mínima necessária do próton incidente para que a reação ocorra é

- a) ( )  $6m_{0\pi}c^2$ .
- b) ( )  $13m_{0\pi}c^2$ .
- c) ( )  $13m_{0\pi}c^2/2$ .
- d) ( )  $25m_{0\pi}c^2/2$ .
- e) ( )  $97m_{0\pi}c^2/12$ .



## FORMULÁRIO

Considere  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ;

Hidrostática:  $P = P_0 + \rho gh$  ;

Lei de gravitação de Newton:  $F_{12} = - Gm_1m_2/(r_{12})^2$ ;

Equação da onda estacionária:  $y(x,t) = 2A\sin(kx)\cos(\omega t)$ ;

Equação de Bernoulli:  $\rho v^2/2 + P + \rho gz = \text{constante}$ ;

Dilatação linear:  $\Delta L = \alpha L \Delta T$ ;

A eficiência de motores térmicas pode ser obtida pela equação  $\eta = W_{total}/Q_q$ , ou seja, o trabalho total dividido pelo calor absorvido pelo sistema do reservatório quente;

- integral gaussiana:

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx e^{-ax^2} = \sqrt{\frac{\pi}{a}};$$

- energia relativística de partículas de massa não-nula

$$E = \gamma m_0 c^2, \quad \gamma = [1 - (v/c)^2]^{-1/2},$$

onde  $m_0$  é a “massa de repouso” da partícula, i.e., o valor invariante correspondente a sua massa, medido em seu referencial de repouso;

- 3-momento relativístico de partículas de massa não-nula:

$$\vec{p} = \gamma m_0 \vec{v};$$

- relação energia-momento relativística:

$$E^2 = (\vec{p}c)^2 + (m_0 c^2)^2.$$

- transformação de Lorentz para a energia, entre dois referenciais inerciais R e R', com velocidade relativa  $v$  na direção x:

$$E' = \gamma(v)(E \pm vp_x).$$